

СЕРТИФІКАЦІЙНА РОБОТА З МАТЕМАТИКИ (ЗАВДАННЯ РІВНЯ СТАНДАРТУ)

Час виконання – 150 хвилин

Робота складається з 28 завдань різних форм. Відповіді до завдань 1–26 Ви маєте позначити в бланку **A**. Розв'язання завдань 27, 28 Ви маєте записати в бланку **B**.

Результат виконання **всіх** завдань буде зараховано як результат **державної підсумкової атестації** для випускників, які вивчали математику на **рівні стандарту**.

Інструкція щодо роботи в зошиті

1. Правила виконання завдань зазначено перед кожною новою формою завдань.
2. Рисунки до завдань виконано схематично, без строгого дотримання пропорцій.
3. Відповідайте лише після того, як Ви уважно прочитали та зрозуміли завдання. Використовуйте як чернетку вільні від тексту місця в зошиті.
4. Намагайтеся виконати всі завдання.
5. Ви можете скористатися довідковими матеріалами, наведеними на сторінках 2, 19, 20. Для зручності Ви можете їх відокремити відірвавши.

Інструкція щодо заповнення бланків відповідей **A** та **B**

1. У бланк **A** записуйте чітко, згідно з вимогами інструкції до кожної форми завдань, лише правильні, на Вашу думку, відповіді.
2. Неправильно позначені, підчищені відповіді в бланку **A** буде зараховано як помилкові.
3. Якщо Ви позначили відповідь до якогось із завдань 1–20 у бланку **A** неправильно, то можете виправити її, замалювавши попередню позначку та поставивши нову, як показано на зразках:



4. Якщо Ви записали відповідь до якогось із завдань 21–26 неправильно, то можете виправити її, записавши новий варіант відповіді в спеціально відведених місцях бланка **A**.
5. Виконавши завдання 27 та 28 у зошиті, акуратно запишіть їхні розв'язання в бланку **B**.
6. Ваш результат залежатиме від загальної кількості правильних відповідей, записаних у бланку **A**, та правильного розв'язання завдань 27, 28 у бланку **B**.

Ознайомившись з інструкціями, перевірте якість друку зошита та кількість сторінок. Їх має бути 20.

Позначте номер Вашого зошита у відповідному місці бланка **A** так:

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| × | | | | | | | | | | | | | | |

Зичимо Вам успіху!

ДОВІДКОВІ МАТЕРІАЛИ

Таблиця квадратів від 10 до 49

| Десятки | Одиниці | | | | | | | | | |
|---------|---------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 100 | 121 | 144 | 169 | 196 | 225 | 256 | 289 | 324 | 361 |
| 2 | 400 | 441 | 484 | 529 | 576 | 625 | 676 | 729 | 784 | 841 |
| 3 | 900 | 961 | 1024 | 1089 | 1156 | 1225 | 1296 | 1369 | 1444 | 1521 |
| 4 | 1600 | 1681 | 1764 | 1849 | 1936 | 2025 | 2116 | 2209 | 2304 | 2401 |

АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

Формули скороченого множення

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Модуль числа

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{якщо } a \geq 0, \\ -a, & \text{якщо } a < 0 \end{cases}$$

Квадратне рівняння

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0$$

$$D = b^2 - 4ac \quad \text{— дискримінант}$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}, \quad \text{якщо } D > 0$$

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}, \quad \text{якщо } D = 0$$

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Степені

$$a^1 = a, \quad a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ разів}} \quad \text{для } a \in R, n \in N, n \geq 2$$

$$a^0 = 1, \quad \text{де } a \neq 0 \quad \sqrt{a^2} = |a|$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \text{для } a \neq 0, n \in N$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, \quad a > 0, m \in Z, n \in N, n \geq 2$$

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y}$$

$$(ab)^x = a^x \cdot b^x \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$$

Логарифми

$$a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0, k \neq 0$$

$$a^{\log_a b} = b \quad \log_a a = 1 \quad \log_a 1 = 0$$

$$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$$

$$\log_a b^n = n \cdot \log_a b$$

$$\log_a k b = \frac{1}{k} \cdot \log_a b$$

Арифметична прогресія

$$a_n = a_1 + d(n - 1) \quad S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

Геометрична прогресія

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1} \quad S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, \quad (q \neq 1)$$

Теорія ймовірностей

$$P(A) = \frac{k}{n}$$

Комбінаторика

$$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n = n! \quad C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} \quad A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

12. Обчисліть $\frac{5^4 \cdot 2^4}{20^3}$.

| А | Б | В | Г | Д |
|---------------|----------------|---------------|----------------|----|
| $\frac{5}{4}$ | $\frac{1}{10}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{20}$ | 10 |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

13. Розв'яжіть нерівність $\log_{0,9}(3x) > 2$.

| А | Б | В | Г | Д |
|-------------------|------------------|-------------------|------------------|-------------|
| $(-\infty; 0,27)$ | $(-\infty; 0,6)$ | $(0,27; +\infty)$ | $(0,6; +\infty)$ | $(0; 0,27)$ |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

14. $\sin^2 2x =$

| А | Б | В | Г | Д |
|-------------|-------------|----------------------|----------------------|-------------|
| $2\sin^2 x$ | $4\sin^2 x$ | $4\sin^2 x \cos^2 x$ | $2\sin^2 x \cos^2 x$ | $\sin 4x^2$ |

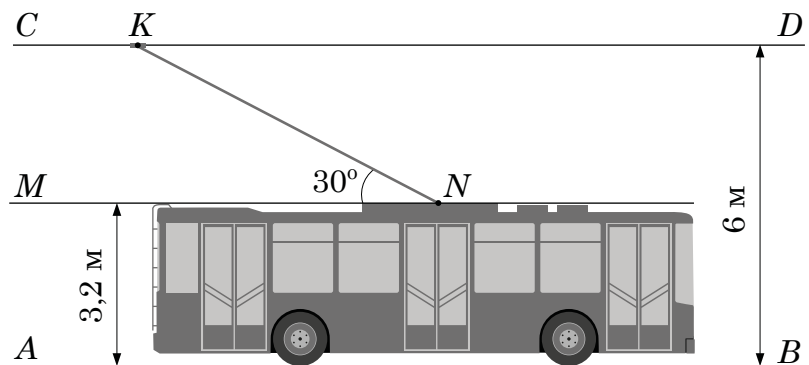
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

15. Сторона основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює 6 см, апофема – 7 см. Визначте площу *повної* поверхні цієї піраміди.

| А | Б | В | Г | Д |
|-------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| 84 см^2 | 204 см^2 | 156 см^2 | 162 см^2 | 120 см^2 |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

16. Прямолінійною дорогою AB рухається тролейбус (див. рисунок). Лінія CD електричного дроту паралельна AB й даху MN тролейбуса. Штанга KN , що на рисунку є відрізком, утворює з MN кут 30° . Відстані між прямими CD й AB , MN й AB дорівнюють 6 м і 3,2 м відповідно. Укажіть проміжок, якому належить довжина (у м) штанги KN . Уважайте, що всі зазначені прямі лежать в одній площині.



| А | Б | В | Г | Д |
|--------|--------|----------|----------|--------|
| [1; 3) | [3; 5) | [5; 5,5) | [5,5; 6) | [6; 8) |

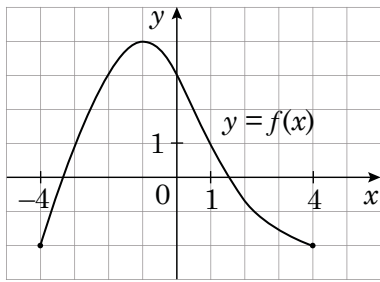
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

У завданнях 17–20 до кожного з трьох рядків інформації, позначених цифрами, доберіть один правильний, на Вашу думку, варіант, позначений буквою. Поставте позначки в таблицях відповідей до завдань у бланку А на перетині відповідних рядків (цифри) і колонок (букви). Усі інші види Вашого запису в бланку А комп'ютерна програма реєструватиме як помилки!

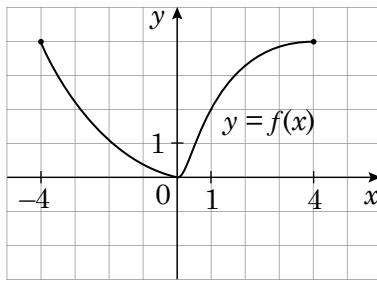
Будьте особливо уважні під час заповнення бланку А!
Не погіршуйте власноручно свого результату неправильною формою запису відповідей

17. Установіть відповідність між графіком (1–3) функції, визначеної на проміжку $[-4; 4]$, та її властивістю (А – Д).

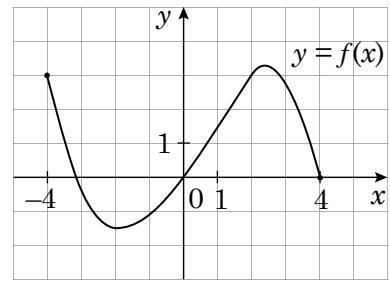
Графік функції



1



2

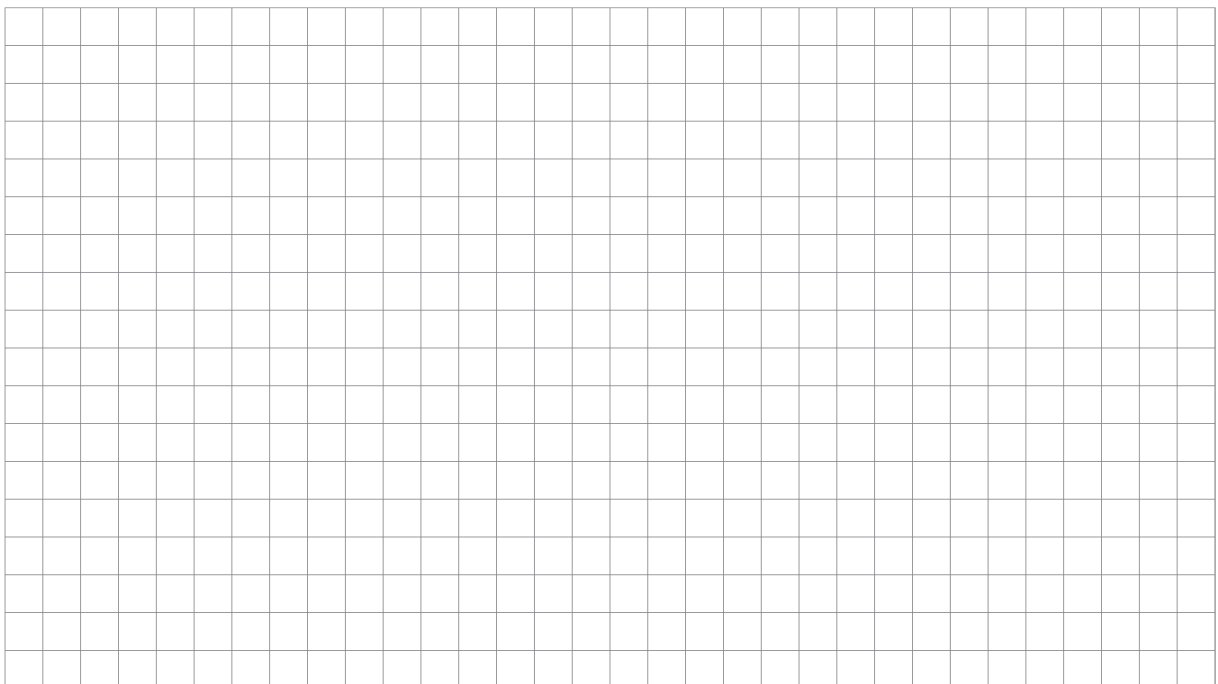


3

Властивість функції

- А функція є непарною
- Б найменше значення функції на проміжку $[1; 3]$ дорівнює 2
- В функція є парною
- Г графік функції не має спільних точок із графіком рівняння $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 4$
- Д графік функції тричі перетинає пряму $y = 1$

| | А | Б | В | Г | Д |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | |
| 2 | | | | | |
| 3 | | | | | |



18. Установіть відповідність між виразом (1–3) і твердженням про його значення (А – Д), яке є правильним, якщо $a = -2\frac{1}{3}$.

Вираз

Твердження про значення виразу

1 a^2

А більше від 5

2 $a + |a|$

Б належить проміжку (0; 1)

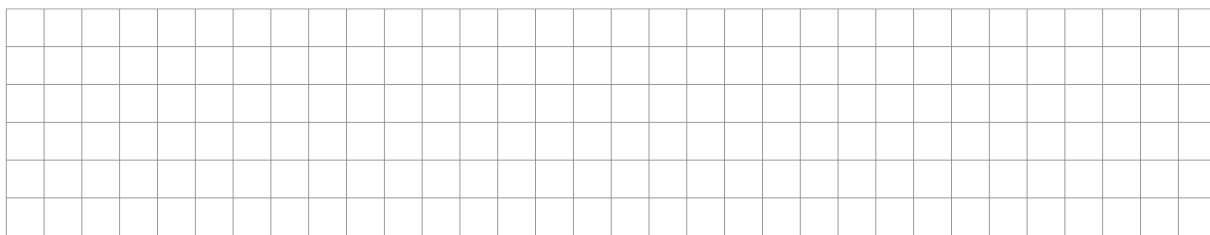
3 $\log_5 5^a$

В є від'ємним числом

Г належить проміжку [1; 5)

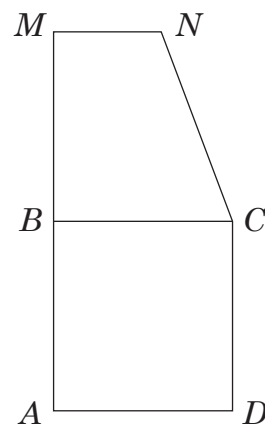
Д дорівнює 0

| | А | Б | В | Г | Д |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | |
| 2 | | | | | |
| 3 | | | | | |



19. Квадрат $ABCD$ й прямокутна трапеція $BMNC$ лежать в одній площині (див. рисунок). Площа кожної із цих фігур дорівнює 36 см^2 , $AM = 15 \text{ см}$.

Установіть відповідність між відрізком (1–3) і його довжиною (А – Д).



Відрізок

Довжина відрізка

1 сторона квадрата $ABCD$

А 2 см

2 висота трапеції $BMNC$

Б 3 см

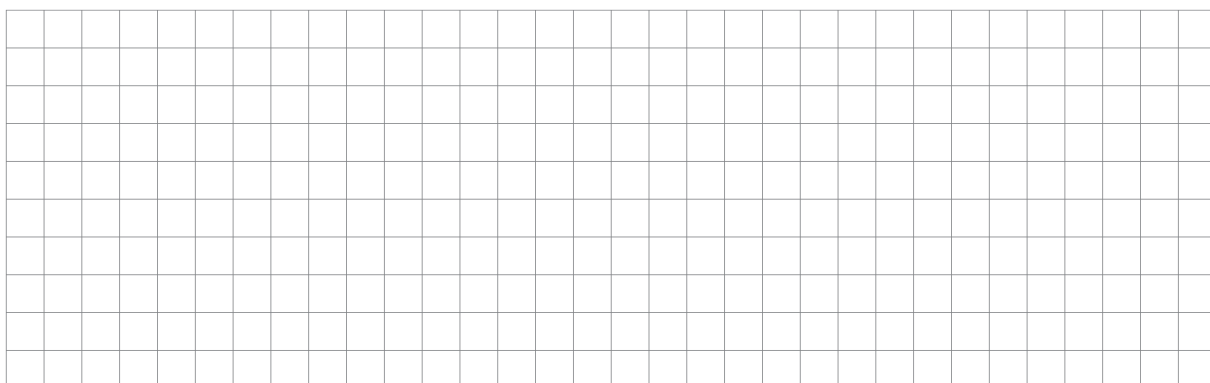
3 менша основа трапеції $BMNC$

В 4 см

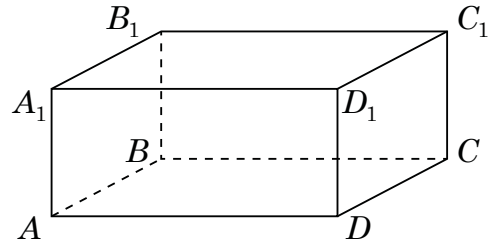
Г 6 см

Д 9 см

| | А | Б | В | Г | Д |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | |
| 2 | | | | | |
| 3 | | | | | |



20. На рисунку зображено прямокутний паралелепіпед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у якому $AB = 3$, $AD = 4$, $AA_1 = 2$. У відповідність початок речення (1–3) із його закінченням (А – Д) так, щоб утворилося правильне твердження.



Початок речення

- 1 Відстань від точки C до площини (AA_1B_1) дорівнює
- 2 Відстань від точки A до прямої CC_1 дорівнює
- 3 Відстань між площинами (ABC) і $(A_1B_1C_1)$ дорівнює

Закінчення речення

- А 2.
- Б 3.
- В 4.
- Г 5.
- Д 7.

| | А | Б | В | Г | Д |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | |
| 2 | | | | | |
| 3 | | | | | |



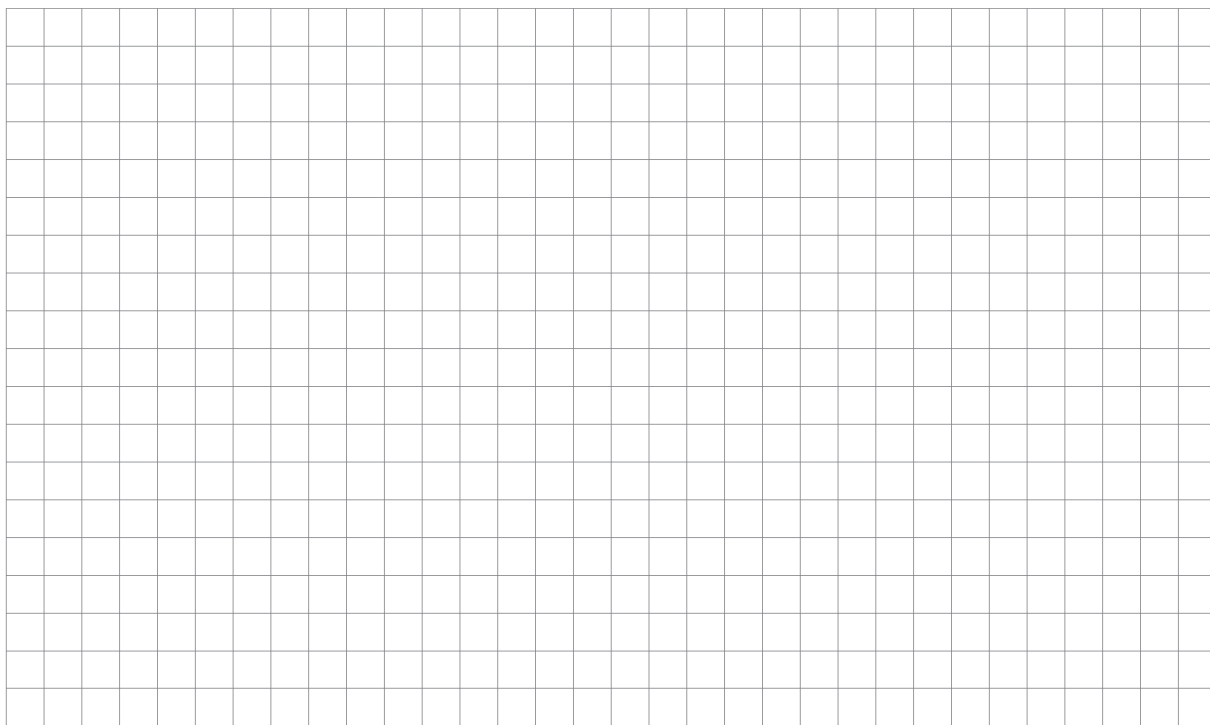
23. У прямокутній системі координат у просторі задано вектор $\vec{AB}(-3; 8; 1)$ і точку $B(7; -2; 0)$, точка O – початок координат.

1. Визначте ординату y точки $A(x; y; z)$.



Відповідь: ,

2. Обчисліть скалярний добуток $\vec{OA} \cdot \vec{AB}$.



Відповідь: ,

24. Арифметичну прогресію (a_n) задано формулою n -го члена: $a_n = 2,6n - 7$.

1. Визначте сьомий член цієї прогресії.

A large grid consisting of 20 columns and 25 rows, intended for the student's solution to the first sub-problem.

Відповідь: ,

2. Визначте різницю $a_4 - a_1$.

A large grid consisting of 20 columns and 25 rows, intended for the student's solution to the second sub-problem.

Відповідь: ,

Розв'яжіть завдання 27, 28. Запишіть у бланку *Б* послідовні логічні дії та пояснення всіх етапів розв'язання завдань, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками тощо.

27. Задано функцію $y = x^3 - 3x$.

1. Для наведених у таблиці значень аргумента x визначте відповідні їм значення y .

| x | y |
|-----|-----|
| 0 | |
| -1 | |
| 2 | |

2. Визначте й запишіть координати точок перетину графіка функції $y = x^3 - 3x$ із віссю x .
3. Знайдіть похідну f' функції $f(x) = x^3 - 3x$.
4. Визначте нулі функції f' .
5. Визначте проміжки зростання і спадання, точки екстремуму й екстремуми функції f .
6. Побудуйте ескіз графіка функції f .



Відповідь:

28. Осьовим перерізом циліндра є прямокутник $ABCD$, сторона AD якого лежить в нижній основі циліндра. Діагональ AC перерізу дорівнює d й утворює з площиною нижньої основи циліндра кут β .

1. Зобразіть на рисунку заданий циліндр і його осьовий переріз $ABCD$.
2. Укажіть кут β , що утворює пряма AC із площиною нижньої основи циліндра.
3. Визначте об'єм циліндра.



Відповідь:

Похідна функції

C, a – сталі

$$(C)' = 0$$

$$x' = 1 \quad (x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad (e^x)' = e^x$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x} \quad (\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x \quad (\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(u + v)' = u' + v' \quad (u - v)' = u' - v'$$

$$(uv)' = u'v + uv' \quad (Cu)' = Cu'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

Первісна функції та визначений інтеграл

| Функція $f(x)$ | Загальний вигляд первісних $F(x) + C$, C – довільна стала |
|----------------------|--------------------------------------------------------------|
| 0 | C |
| 1 | $x + C$ |
| $x^a, a \neq -1$ | $\frac{x^{a+1}}{a+1} + C$ |
| $\frac{1}{x}$ | $\ln x + C$ |
| e^x | $e^x + C$ |
| $\sin x$ | $-\cos x + C$ |
| $\cos x$ | $\sin x + C$ |
| $\frac{1}{\cos^2 x}$ | $\operatorname{tg} x + C$ |

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a) \text{ – формула Ньютона–Лейбніца}$$

Тригонометрія

$$\sin \alpha = y_\alpha \quad \cos \alpha = x_\alpha \quad \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

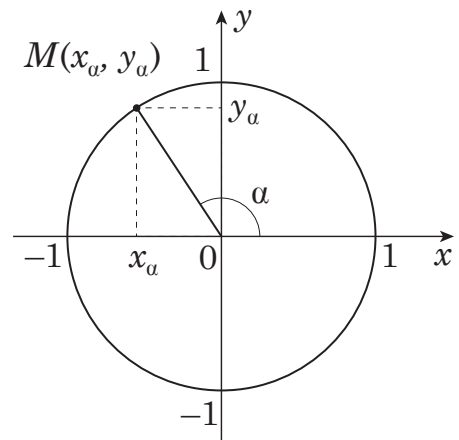
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha \quad \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha \quad \sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha \quad \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\operatorname{tg}(90^\circ + \alpha) = -\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \quad \operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$$

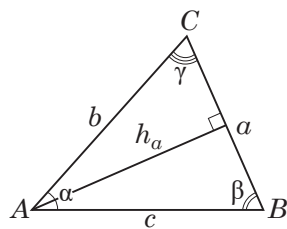


Таблиця значень тригонометричних функцій деяких кутів

| α | рад | 0 | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | π | $\frac{3\pi}{2}$ | 2π |
|----------------------------|------|-----------|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------|-------------|------------------|-------------|
| | град | 0° | 30° | 45° | 60° | 90° | 180° | 270° | 360° |
| $\sin \alpha$ | | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1 | 0 | -1 | 0 |
| $\cos \alpha$ | | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | -1 | 0 | 1 |
| $\operatorname{tg} \alpha$ | | 0 | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 1 | $\sqrt{3}$ | не існує | 0 | не існує | 0 |

Трикутники

Довільний трикутник



$$p = \frac{a+b+c}{2} \quad \alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

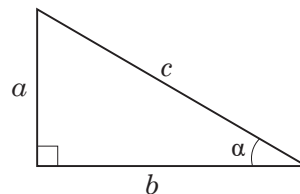
R – радіус кола, описаного навколо трикутника ABC

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h_a \quad S = \frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin \alpha \quad S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Прямокутний трикутник

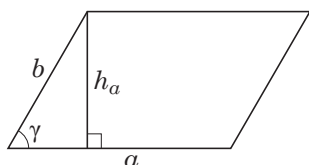
$$a^2 + b^2 = c^2 \text{ (теорема Піфагора)}$$

$$\frac{b}{c} = \cos \alpha \quad \frac{a}{c} = \sin \alpha \quad \frac{a}{b} = \operatorname{tg} \alpha$$



Чотирикутники

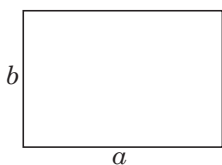
Паралелограм



$$S = ab \sin \gamma$$

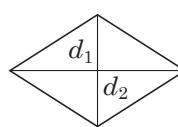
$$S = ah_a$$

Прямокутник



$$S = ab$$

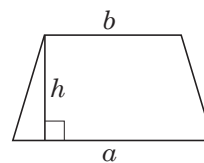
Ромб



$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2,$$

d_1, d_2 – діагоналі ромба

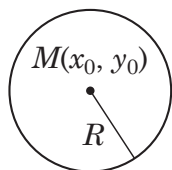
Трапеція



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h,$$

a і b – основи трапеції

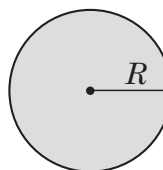
Коло



$$L = 2\pi R$$

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$$

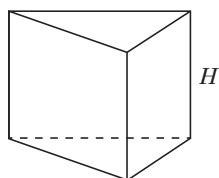
Круг



$$S = \pi R^2$$

Об'ємні фігури й тіла

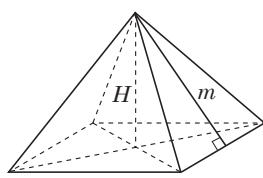
Пряма призма



$$V = S_{\text{осн}} \cdot H$$

$$S_6 = P_{\text{осн}} \cdot H$$

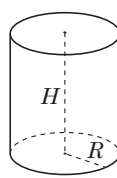
Правильна піраміда



$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot H$$

$$S_6 = \frac{1}{2} P_{\text{осн}} \cdot m$$

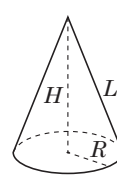
Циліндр



$$V = \pi R^2 H$$

$$S_6 = 2\pi R H$$

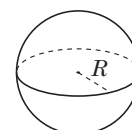
Конус



$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

$$S_6 = \pi R L$$

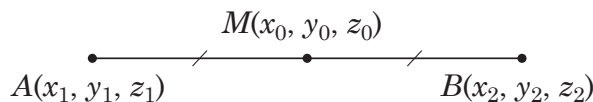
Куля, сфера



$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$S = 4\pi R^2$$

Координати та вектори



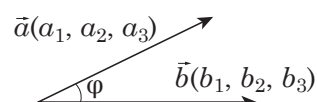
$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$z_0 = \frac{z_1 + z_2}{2}$$

$$\overline{AB}(x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$$

$$|\overline{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \varphi$$

Кінець зошита